Prof. Dr. Alfred Toth

Kaehrs bifunktorialer Ansatz für die Linguistik der Wortbüsche

1. Wenn ich Rudolf Kaehrs neue Kategorietheorie richtig verstanden habe, ist das revolutionäre Element der von ihm bereits in seinem früheren „Book of Diamonds" eingeführte Heteromorphismus, der es erlaubt, antiparallele Morphismen zu definieren und auf diese Weise für jedes Objekt seine Umgebung zu bestimmen bzw. genauer: ein Objekt gleichzeitig hinblicklich seines Systems und seiner Umgebung zu bestimmen. Der Begriff der Umgebung eines Objektes hat ja in der traditionellen Kategorietheorie gar keinen Sinn, und so geht er auch nicht in die Definition einer Kategorie ein. Nun hatte bereits Bense (1981, S. 124 ff.) gezeigt, dass die Kategorietheorie Mac Lanescher Bestimmung „for the working mathematician" auch für den an der Formalisierung der Semiotik Arbeitenden anwendbar ist. Ferner gibt es verschiedene Versuche, Umgebung und Situation von Zeichen innerhalb der Semiotik zu bestimmen, die fast alle auf Bense (1975) zurückgehen.

2. Der Basisbegriff Kaehrs ist das Bi-Zeichen, das seinerseits in einen „Diamanten" eingebettet ist und seinen elementaren Abschluss in einem „Textem" findet (das mit den strukturalistischen Textemen nichts zu tun hat). So, wie nun Wörter in Texten zusammenhängen, hängen Zeichen mit ihren Umgebungen zusammen. Ich denke, das dürfte eine der fundamentalsten Entdeckungen der Kaehrschen Bifunktorialitätstheorie sein. Unter den Zusammenhängen unterschied Kaehr schon in seinem „Xanadu"-Modell die homogenen von den heterogenen. Dies wiederum bringt eine enorme Erweiterung der formalen Semiotik mit sich, insofern, von meiner Zeichengrammatik abgesehen, die aber anders funktioniert, bisher nur homogene Zeichenverbindungen verwendet werden konnten, d.h. Zeichen konnten nun nur über ihnen gemeinsame Monaden, Dyaden (und im eigenrealen Falle) Triaden verknüpft werden. Zur Bestimmungen von heterogenen Zeichenverbindungen hatte Kaehr schon in früheren Arbeiten „matching conditions" festgestellt (wobei hier die Verknüpfungen, wenn ich recht sehe, über gemeinsame Kontexturenzahlen laufen).

3. Semiotisch kann man die Umgebung eines Zeichens am einfachsten dadurch bestimmen, dass man zu jedem Subzeichen seinen topologischen Raum bildet, d.h.

U(a.b) = {(a.b)}

Wenn man z.B., wie dies in Toth (2009) getan wurde, nur lineare Nachbarschaft akzeptiert, erhält man als Umgebung von (1.1)

$$\begin{array}{ccc} \boxed{\begin{array}{cc} 1.1 & 1.2 \\ 2.1 & 2.2 \end{array}} & \begin{array}{c} 1.3 \\ 2.3 \end{array} \\ \begin{array}{cc} 3.1 & 3.2 \end{array} & 3.3 \end{array}$$

U_1(1.1) = {(1.1), (1.2), (2.1), (2.2)}

(Jedes Element ist natürlich seine eigene Umgebung, das legitimiert sozusagen topologisch die Einführung von Bi-Zeichen, wenn sie der Legitimation denn bedarf.)

Elemente 2. Grades sind dann Elemente, die Nachbarn der Umgebung der Elemente 1. Grades sind, im obigen Fall der semiotischen Matrix alles gerade alle übrigen:

U_2(1.1) = {(1.3), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)},

und wir haben natürlich in diesem Fall

U_1 (a.b) $\cup$ U_2 (a.b) = Matrix.

Wie ich in einer früheren Arbeit gezeigt habe, partitionieren Umgebungen die Matrix, nur gibt es Fälle, wo Umgebungen 3. Grades vorkommen, die Gradzahl der Umgebung ist somit eine Funktion der relationalen Mächtigkeit der Elemente der Matrix selbst, und somit der Matrix selbst, wenn sie vollständig ist, d.h. für quadratische Matrizen m $\times$ m gilt

U_1 (a.b) $\cup$ ... $\cup$ U_m (a.b) = m$\times$m- Matrix (eine exaktere Darstellung hat hier keinen Sinn).

4. in Kaehrs Darstellung

Bifunctoriality in category theory with $[\circ, \otimes]$

$$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 \\ p_1 & p_2 \end{bmatrix} : \begin{pmatrix} p_1 \\ \otimes \\ p_2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} q_1 \\ \otimes \\ q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (p_1 \circ q_1) \\ \otimes \\ (p_2 \circ q_2) \end{pmatrix}$$

ist je nachdem p_i ein Objekt und q_i eine Umgebung oder umgekehrt. Die Darstellung besagt vermutlich, intuitiv ausgedrückt, dass zunächst Objekte und ihre Umgebungen zusammengenommen und dann distribuiert werden können. In unserer Darstellung könnte das so aussehen:

q_1 = U(1.1) q_2 = U(1.2)

p_1 = (1.1) p_2 = (1.2)

Dann kann man

((1.1), U(1.1)) ◦ ((1.2), U(1.2))

miteinander verknüpfen (im semiotischen Falle wäre das gleich U(1.1) ◦ U(1.2), da jedes (a.b) in {(a.b)} natürlich enthalten ist). Der letzte Schritt betrifft dann die chiastische Relation zwischen (1.1) und (1.2) einerseits sowie U(1.1) und U(1.2) andererseits, d.h. es werden alle möglichen semiotischen Beziehungen, welcher ein topologischer Raum bietet, ausgenützt.

5. Wie in Toth (2010) gezeigt, kann man als linguistisches Modell für die Menge von Umgebungen eines Wortes a den Wortbusch A nehmen. Formal ist

A = $\{\{a\}_1, ..., \{a\}_n\}$,

wobei die $\{a\}_i$ paarweise Umgebungen voneinander bilden. Die Unterscheidung zwischen Umgebungen 1. ... n.ten Grades, wie in der Semiotik, ist möglich, aber müsste auf recht willkürlich ad hoc-Kriterien bestimmt werden, z.B. in der Bestimmung, ob ein ungerundetes /e/ oder ein gerundetes /ö/ „weiter entfernt“ ist vom Stammvokal /a/ des Wurzelwortes des Wortbusches. Eine solche Möglichkeit wird im folgenden anhand des ungarischen Wortbusches für Wörter der Bedeutung „rund, kreisförmig“ aufgezeigt:

kar-ika “Reifen”
kar-ima “Rand, Bräme” U_1(kar)
kar-ám “Pferch”

ker-ek “rund”
ker-ül “rundherum gehen, umgehen” U_2(kar)
ker-ít “einschliessen”

kar “Arm” kor-c , “Saum” U_3(kar)

kör-öz “umzirkeln”
kör-ny “Umgebung” U_4(kar)
kör-nyez “umgeben”

kur-itol “schärfen, entrunden”
kur-kál “suchen, umzingeln” U_5(kar)

Wir haben also für den Wortbusch R der ung. Wörter $\{r\}_1$ ... $\{r_{12}\}$ für “rund, kreisförmig” (cf. Czuczor and Fogarasi 1862-74):

$R = \{r\}_1 \cup c\{r\}_2 \cup \{r\}_3 \cup \ldots \cup \{r\}_{12}$, wobei R, wie leicht gezeigt werden kann, ein Verband ist. Hier kann somit jedes $\{r\}_i$ zugleich als Objekt und als Umgebung, nämlich mindestens trivialerweise als seine eigene, auftreten. Definiert man also die Umgebung eines Objektes als den topologischen Raum auf sich selbst, kann man sowohl Subzeichen als auch Wörter mit der Kaehrschen Bifunktionalitätstheorie zusammenbringen, gemäss der nicht nur die Objekte, sondern auch ihre Umgebungen auf alle möglichen Weisen, d.h. linear und chiastisch, ausgetauscht werden können, was Kaehr in dem folgenden minimalen Diagramm sehr klar zum Ausdruck bringt:

$$\boxed{\mathrm{sign}_1 \mid \mathrm{env}_1 \amalg \mathrm{sign}_2 \mid \mathrm{env}_2 = (\mathrm{sign}_1 \amalg \mathrm{sign}_2) \mid (\mathrm{env}_1 \amalg \mathrm{env}_2)}.$$

Somit kann man also die Kaehrsche kategorientheoretische Bifunktionalitätstheorie auf die synchrone linguistische Theorie der Wortbüsche anwenden und diese adäquat formalisieren. Ferner sind beide Theorien mit der von mir eingeführten semiotischen Umgebungstheorie kompatibel.

> Definiert man dagegen die Umgebung eines kontexturierten Subzeichens $(a.b)_{\alpha,\beta}$ als sein Heteromorphismus, wie das noch in Kaehr Xanadu-Theorie geschieht, d.h. als $U((a.b)_{\alpha,\beta}) = (b.a)_{\beta,\alpha}$, dann scheint mir der Zusammenhang zwischen den kategoriellen Heteromorphismen und den topologischen Umgebungen noch alles andere als klar zu sein, obwohl alles daraufhin deutet, dass es hier eine Lösung geben muss.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf, What Chinese Grammar? http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Chinese%20Grammar/What%20Chinese%20Grammar.html, 2010

Toth, Alfred, Umgebungen semiotischer Räume. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Umg.%20sem.%20Raeume.pdf (2009)

Toth, Alfred, Übersetzungstheorie und Etymologie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2010)

1.6.2010